

На правах рукописи

ОСОКИН СЕРГЕЙ ИГОРЕВИЧ

РАСПОЗНАВАНИЕ И АНАЛИЗ ФРАКТАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ В
ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РЕЛАКСАЦИИ

01.04.07 – физика конденсированного состояния

Автореферат

Диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ - 2003

Работа выполнена на кафедре теоретической физики Казанского государственного университета им. В.И. Ульянова-Ленина.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор **Равиль Рашидович Нигматуллин**
(Казанский государственный университет, кафедра
теоретической физики, Казань)

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Леонид Израйлевич Трахтенберг**
(Институт физической химии им. Карпова, Москва)
доктор физико-математических наук,
профессор **Игорь Васильевич Овчинников**
(Казанский физико-технический институт
им. Е.К. Завойского, Казань)

Ведущая организация: Казанский педагогический университет.

Защита состоится «___»_____2003 года в _____ часов на заседании
диссертационного совета Д 212.081.15 в Казанском государственном университете по адресу:
420008, г. Казань, ул. Кремлевская 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке казанского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского.

Автореферат разослан «___»_____2003 года.

Ученый секретарь
специализированного совета,
доктор физ.-мат. наук, профессор

М. В. Еремин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Хотя физика диэлектриков уже давно является большим и во многом самостоятельным разделом физики конденсированного состояния вещества, до сих пор нет единой и непротиворечивой теории, которая позволила бы описать одновременно как частотные, так и температурные данные и получить параметры, физический смысл которых был бы понятен. В настоящий момент для описания частотных данных по проницаемости используется определенный набор эмпирических формул, а физический смысл многих параметров, входящих в эти формулы, неясен. Но даже эти формулы не всегда хорошо описывают частотные спектры. Часто для описания спектров используют аддитивные комбинации нескольких формул. И если удастся описать частотные зависимости проницаемости с помощью этих формул или их комбинаций, то возникают проблемы с описанием температурных зависимостей параметров, полученных из обработки частотных спектров. Иногда температурные зависимости таких параметров носят случайный, немонотонный характер.

Есть также проблема соответствия теории, описывающей данные в частотной области, и теории, описывающей данные во временной области. Зачастую невозможно перейти от описания спектров восприимчивости в частотной области к описанию макроскопической поляризации во временной области, т.е. невозможно получить кинетические уравнения на макроскопическую поляризацию.

Не разработан также надежный инструментарий, позволяющий с большой долей достоверности распознавать и интерпретировать диэлектрические спектры, т.е. позволяющий распознать наиболее подходящую модель для описания данного спектра и, соответственно, вещества. Во многом это объясняется богатством получаемых экспериментальных данных. Преимуществом диэлектрики можно считать нерезонансные методы получения экспериментальных данных, что позволяет исследовать все доступные вещества, поскольку все они имеют импеданс. Но это разнообразие как раз и является ахиллесовой пятой диэлектрики.

Диэлектрические спектры зачастую настолько сложны, что практически невозможно использовать для их описания простую и физически обоснованную для разбавленных растворов диполей в жидкостях и твердых телах модель Дебая (Пер кн.: Debye P. Polar Molecules//New

York, -1929.), основанную на том, что в постоянном внешнем поле установление равновесия во времени происходит по экспоненциальному закону. До недавнего времени формула Дебая являлась, по сути, единственной формулой, для которой было получено кинетическое уравнение во временной области. Данная формула позволяет описывать диэлектрические частотные спектры, мнимая часть которых представлена в виде одиночного, симметричного пика потерь. В реальном же эксперименте мы часто имеем симметричные пики диэлектрических потерь в частотной области, которые не описываются формулой Дебая; во временной области они соответствуют неэкспоненциальной релаксации макроскопического дипольного момента. Для описания таких частотных спектров была предложена эмпирическая формула Коула-Коула (Cole K.S. Dispersion and Absorption in Dielectrics I. Alternating Current Characteristics/K.S. Cole, R.H. Cole//*Journ. Chem. Phys.*, -1941, -v.9, -pp.341-351.). Было показано (Нигматуллин Р.Р. Дробный интеграл и его физическая интерпретация//*ТМФ.*, -1992, -Т.90, -№3, -с.354-368.), что этой формуле соответствует кинетическое уравнение в дробных производных с показателем меньше единицы. Основным результатом работы (Нигматуллин Р.Р. Дробный интеграл и его физическая интерпретация//*ТМФ.*, -1992, -Т.90, -№3, -с.354-368.) является доказательство того, что усреднение по временным канторовским множествам приводит к появлению кинетических уравнений, описывающих законы изменения макроскопических характеристик физической системы, с дробными производными. Поэтому можно ожидать, что в основе некоторых реально наблюдаемых релаксационных явлений лежит фрактальная структура среды, а сами эти явления могут быть описаны кинетическими уравнениями в дробных производных. Кроме всего прочего, в эксперименте в частотной области часто встречаются несимметричные пики диэлектрических потерь. Для описания таких спектров были предложены эмпирические формулы Коула-Девидсона (Davidson D.W. Dielectric Relaxation in Glycerol, Propylene Glycerol, and n-Propanol/D.W. Davidson, R.H. Cole//*Journ. Chem. Phys.*, -1951, -v.19, -pp.1484-1490.) и Гаврильяка-Негами (Havriliak S. A Complex Plane Analysis of α -Dispersions in Some Polymer Systems/S. Havriliak, S. Negami//*J. Polymer Sci., Pt C*, -1966, -v.14, -pp.99-117.). Для этих формул тоже оказалось возможным записать кинетические уравнения во временной области в дробных производных (Nigmatullin R.R. Dielectric relaxation of Cole-Cole type and self-similar process of relaxation/R.R. Nigmatullin, Ya.A. Ryabov//*Izvestia VYZov "Physics"* -1997, -N4, -pp.6-11 (in Russian); Nigmatullin R.R. Cole-Davidson dielectric relaxation as a self-similar relaxation process/R.R.

Nigmatullin and Ya.E. Ryabov//*Phys. Solid. State*, -1997, -v.39, -pp.87-90.), но эти уравнения оказались довольно сложными, и, кроме того, сами формулы Коула-Девидсона и Гаврильяка-Негами описывают диэлектрические спектры с большими отклонениями. Другая проблема этих выражений: физический смысл параметров, входящих в эти выражения, неясен. Ситуация становится еще более сложной, когда мнимая часть диэлектрического частотного спектра представляет собой как бы результат наложения нескольких широких пиков диэлектрических потерь от различных релаксационных процессов. Такой спектр пытаются описать линейной аддитивной комбинацией из вышеперечисленных формул. Но для такой линейной комбинации практически невозможно получить единое кинетическое уравнение для макроскопической поляризации $P(t)$ во временной области. Аддитивное сложение функций для описания сложных спектров оправдано в тех областях спектроскопии, где мы имеем дело с узкими линиями, которые хорошо разрешены друг относительно друга или имеют разную физическую природу. Там же, где имеет место наложение друг на друга нескольких широких линий, аддитивная комбинация, по нашему мнению, не имеет смысла, поскольку для нее невозможно написать единое кинетическое уравнение во временной области, описывающее поведение макроскопической поляризации.

Основной целью данной работы является обоснование непротиворечивой теории, описывающей как частотные, так и температурные диэлектрические данные для широкого класса гетерогенных веществ и основанной на представлениях о фрактальной структуре вещества.

В основе данной работы лежит предположение, что для написания кинетического уравнения во временной области для сложного спектра (*асимметричного или содержащего несколько перекрывающихся пиков диэлектрических потерь в частотной области*) необходимо, чтобы этот спектр описывался единым уравнением на полную восприимчивость, которое при этом содержало бы два или более времен релаксации.

Для осуществления поставленной цели надо доказать, что все сложные асимметричные спектры $\epsilon(j\omega)$ должны по возможности описываться единым выражением, содержащим два или более времен релаксации, для которого во временной области можно записать соответствующее кинетическое уравнение в дробных производных.

Кроме того, одной из проблем физики диэлектриков является вывод и интерпретация широко используемого эмпирического выражения Фогеля-Фалчера-Таммана (ФФТ), описывающего температурную зависимость пика диэлектрических потерь для стеклообразующих веществ. В данной работе эта проблема была решена на основе предложенных кинетических уравнений в дробных производных; также было получено обобщение этого уравнения и показано, что оно применимо не только к стеклообразующим веществам. Этот факт, в свою очередь, доказывает своего рода «универсальность» кинетических уравнений в дробных производных при описании различных зависимостей макроскопических параметров. Таким образом, само наличие такой температурной зависимости пика диэлектрических потерь, описываемой выражением ФФТ, дает основания предполагать наличие этих кинетических уравнений с более чем одним временем релаксации, описывающих поведение макроскопической поляризации.

Особенностью данной работы является движение от эксперимента к теории, т.е. прежде чем выводить уравнения для поляризации во временной области, получить затем соответствующие им уравнения для восприимчивости в частотной области и на конечном этапе связать полученные параметры со свойствами среды, необходимо сначала распознать и доказательно обосновать существование этих кинетических уравнений в эксперименте.

Таким образом, резюмируя все вышесказанное, актуальностью данной работы является обоснование перехода от эмпирики, в основном используемой в настоящее время для описания диэлектрических данных, к феноменологии.

Цель работы. Доказательство фрактальной природы некоторых релаксационных процессов в гетерогенных средах, т.е. развитие методов, позволяющих увидеть в экспериментальных данных кинетические уравнения, содержащие более одного времени релаксации и обоснование (на основе этих кинетических уравнений) феноменологической непротиворечивой теории, описывающей как частотные, так и температурные диэлектрические данные для широкого класса гетерогенных веществ.

Научная новизна и практическая ценность. Научно-практическая значимость работы заключается в том, что был создан новый метод представления диэлектрических данных (представление отношения), позволяющий более точно и доказательно интерпретировать диэлектрические спектры. Было показано, что на основе диэлектрических спектров можно

сделать вывод о существовании кинетических уравнений в дробных производных, описывающих поведение макроскопической поляризации в некоторой гетерогенной системе, что, в свою очередь, будет способствовать более детальному пониманию структуры вещества. Предложен новый подход к определению приближенных значений параметров ε_s и ε_∞ , не использующий заранее предположенной функции для частотной зависимости комплексной проницаемости. Обобщен Modulus формат и предложен способ смещения спектра при обработке в область низких или область высоких частот без изменения его топологии. Результаты данной работы могут помочь в развитии новых технологий неразрушающего контроля на производстве, которое связано с диэлектриками. Доказательство существования кинетических уравнений в дробных производных послужит дальнейшим стимулом к развитию математического аппарата дробного исчисления, а также может привести к обобщению кинетических явлений, основанных в настоящее время на изменениях целочисленной производной. Микроскопический вывод подобного рода кинетических уравнений должен привести к пересмотру и обобщению уравнения Лиувилля для матрицы плотности. Такого рода фундаментальные обобщения выходят за рамки этой работы. Кинетические уравнения в дробных производных, рассматриваемые на данном этапе как *феноменологические*, могут послужить надежным стимулом для построения адекватной микроскопической теории диэлектрической релаксации для широкого класса гетерогенных систем. Если провести аналогию с магнитным резонансом, то можно сказать, что на широком экспериментальном материале были распознаны своего рода феноменологические «уравнения Блоха» вида
$$\sum_{k=1}^n \tau_k^{\nu_k} D_{t_0}^{\nu_k} [P(t) - P(t_0)] + P(t) = 0$$
. Вид этих уравнений оказался далеко не очевидным и тривиальным.

Публикации. Содержание работы опубликовано в 5 статьях и 4 тезисах различных научных конференций, список которых приведен в конце автореферата.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: Inaugural Conference of the Dielectrics Group of The Institute of Physics. Electromagnetic Methods in Pharmacy and Medicine (8-10 April 2002, Darwin College, University of Kent at Canterbury, UK); 2nd International Conference on Broadband Dielectric Spectroscopy and its Applications (September 2-6, 2002, Leipzig, Germany); The Physics Congress 2003 (23-27 March 2003, Heriot-Watt University, Edinburg, UK); X Всероссийской конференции, Структура и

динамика молекулярных систем, Яльчик – 2003 и на отчетной конференции Казанского Государственного Университета (Казань 2003).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав, выводов и списков цитированной и авторской литературы. Содержание работы изложено на 135 страницах печатного текста, содержит 63 рисунка. Список литературы включает 63 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы и формулируются цели и задачи диссертации.

В первой главе даны основные понятия, формулы и выражения, используемые в данной диссертации, а также рассмотрены основные проблемы интерпретации диэлектрических спектров, которые часто встают при их обработке и анализе. Здесь были рассмотрены существующие способы представления диэлектрических данных, и было показано, что они не позволяют однозначно по спектру определить его структуру и составить эквивалентную схему частотной зависимости.

Во второй главе дается физическая интерпретация временного дробного интеграла, феноменологические кинетические уравнения в дробных производных и выводятся их связь с уравнениями на полную восприимчивость в частотной области. Эта информация важна для понимания того, почему именно кинетические уравнения в дробных производных были выбраны для попытки обоснования новой непротиворечивой теории, описывающей как частотные, так и температурные диэлектрические данные для широкого класса гетерогенных веществ. На начальном этапе полученное обобщенное кинетическое уравнение в дробных производных может рассматриваться в качестве феноменологической гипотезы, которая была распознана при обработке данных диэлектрической спектроскопии. После идентификации кинетических уравнений этого типа в широком классе гетерогенных материалов необходимо предпринять дальнейшие шаги по объяснению их микроскопической структуры.

Одним из доказательств существования кинетических уравнений в дробных производных, содержащих два и более времен релаксации, является наличие температурной зависимости пика диэлектрических потерь, которая подчиняется закону Фогеля-Фалчера-

Таммана (ФФТ), вывод которого в следующей главе как раз и основан на предположении о существовании такого типа кинетических уравнений.

В третьей главе дан вывод эмпирического закона Фогеля-Фалчера-Таммана (ФФТ) на основе кинетических уравнений в дробных производных с двумя временами релаксации. Здесь был дан не только вывод самого закона ФФТ, но и его обобщенной формы:

$$\omega_p = C \min(\tau_1^{-1}, \tau_2^{-1}) \exp \left[\frac{T^2 + a_1 T + b_1}{T^2 + a_2 T + b_2} \left(r \ln \left(\frac{\tau_{A1}}{\tau_{A2}} \right) + r \frac{\Delta E_{12}}{T} \right) \right] = \\ = \tilde{\omega}_0 \exp \left[\frac{\Delta E}{T} + \frac{B_1}{T - T_1} + \frac{B_2}{T - T_2} \right],$$

Было показано: (1) обобщенное выражение ФФТ обладает определенной «универсальностью» и применимостью к широкому классу диэлектрических спектров, (2) отсутствие связи с возможным явлением фазового перехода; (3) параметры подгонки $T_{1,2}$, определенные в выражении для обобщенной формы закона ФФТ, могут принимать, в принципе, любые значения, включая *отрицательные* или даже *комплексно-сопряженные* (когда $4b_2 > a_2^2$); (4) применимость последнего выражения для анализа температурных зависимостей других экстремумов, появляющихся в мнимой части функции комплексной проницаемости.

В этой главе также были даны соотношения, которые связывают эмпирическую температуру T_{VF} с характеристическими временами и другими релаксационными параметрами, определяемыми из эксперимента, таким образом, проясняя физический смысл этой эмпирической температуры.

И наконец, здесь были даны линейные соотношения для выражения ФФТ и его обобщенных форм, используемые в методе собственных координат (Nigmatullin R. R. // *Appl. Magnet. Resonance*, -1998 –v.14, -p. 601).

В четвертой главе описаны процедуры распознавания новой кинетики в диэлектрических данных. Здесь дано:

(1) описание процедуры разделения, позволяющей идентифицировать различные функции комплексной проницаемости с двумя временами релаксации;

(2) описание процедуры оценки приближенных значений величин ϵ_s и ϵ_∞ , которые необходимы в процедуре разделения (этот новый метод позволяет оценить значения параметров ϵ_s и ϵ_∞ без использования какой-либо гипотезы о виде функции комплексной проницаемости; это особенно важно там, где трудно сделать выбор между двумя гипотезами о виде функции

комплексной проницаемости, поскольку выбор типа функции влияет на значения параметров ε_s и ε_∞ , получаемых при процедурах подгонки.);

(3) описание нового формата представления диэлектрических данных (формат отношения – $\text{Re}\varepsilon(j\omega)/\text{Im}\varepsilon(j\omega)$), который помогает различить друг от друга, по крайней мере, качественно различные функции (включая низкочастотную дисперсию (НЧД), функцию Коула-Коула и более сложные функции) и их линейные комбинации (хотелось бы особо отметить один важный момент: формат отношения формально совпадает с котангенсом угла диэлектрических потерь, и, на первый взгляд, нет необходимости в представлении данного формата как нового; однако, насколько мы знаем, «старый» формат, взятый в форме тангенса угла потерь, не был достаточно подробно исследован на возможность предоставления новой дополнительной информации в сравнении с обычным представлением диэлектрических данных; данные рассуждения позволили нам определить данное представление диэлектрических данных как представление формата отношения.).

В конце данной главы в качестве одной из процедур распознавания при обработке данных предлагается использование Modulus формата ($M(j\omega)=1/\varepsilon(j\omega)$) и дано его обобщение. Было показано, что это представление диэлектрических данных *оставляет инвариантным* форму диэлектрической функции и преобразует ее в функцию, которая всегда смещена в область более высоких частот. Следовательно, пик релаксационного процесса, который в обычном представлении не виден в экспериментальном окне (виден только его высокочастотный «хвост»), становится *видимым* в представлении Modulus формата из-за смещения расположения пика потерь в область более высоких частот. Эта особенность может быть использована для смещения частоты максимума пика потерь на *любое значение* в область высоких или низких частот с помощью специальной процедуры, которая использует дополнительно вводимый параметр b . Частота пика в Modulus формате определяется следующим выражением

$$\tilde{\omega}_p = \left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_\infty + b} \right)^{1/\nu_p} \omega_p.$$

Здесь ω_p является частотой пика потерь в обычном представлении диэлектрических данных. Параметр b может варьироваться от $-\varepsilon_\infty$ (для смещения в высокочастотную область) до ∞ (для

смещения в низкочастотную область). В обычном представлении этот параметр приводит к дополнительному подъему или снижению вещественной части комплексной проницаемости.

Данное свойство Modulus формата делает его незаменимым при анализе диэлектрических спектров в случаях, когда эти спектры находятся на очень низких частотах, измерение на которых достаточно сложно, поскольку требует много времени, в течение которого необходимо поддерживать постоянными внешние параметры (температуру и давление). И хотя в дальнейшем при обработке наших данных использование этого формата не принесло особых результатов, мы позволили себе описать и обобщить свойства данного формата, поскольку он является, по нашему мнению, важным инструментом при анализе диэлектрических данных.

В пятой главе дается обработка реальных диэлектрических данных на примере восьми веществ. Данная обработка показала наличие у большинства рассмотренных веществ новой кинетики определенного типа. Эта кинетика описывается следующими выражениями во временной и частотной области

$$\left(\tau_1^{-v_1} D_{t_0}^{-v_1} + \tau_2^{-v_2} D_{t_0}^{-v_2}\right)(P(t) - P(t_0)) + P(t) = 0 \Leftrightarrow \chi(j\omega) = \frac{\chi(0)}{1 + \left[(j\omega\tau_1)^{-v_1} + (j\omega\tau_2)^{-v_2}\right]^{-1}}.$$

Здесь $D_a^q f(x) = \frac{d}{dx} \left[D_a^{q-1} f(x) \right] = \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\Gamma(1-q)} \int_a^x (x-y)^{-q} f(y) dy \right]$ является оператором дробного дифференцирования Римана-Лиувилля, $\chi(j\omega)$ – комплексная восприимчивость, ω – циклическая частота, τ – время релаксации, v – дробный показатель производной, указывающий на долю состояний системы, сохраняющихся за время эволюции, t – время, $P(t)$ – полная макроскопическая поляризация.

Другая кинетика, описываемая выражениями

$$\left(\tau_1^{v_1} D_{t_0}^{v_1} + \tau_2^{v_2} D_{t_0}^{v_2}\right)(P(t) - P(t_0)) + P(t) = 0 \Leftrightarrow \chi(j\omega) = \frac{\chi(0)}{1 + (j\omega\tau_1)^{v_1} + (j\omega\tau_2)^{v_2}},$$

встречается гораздо реже (из восьми рассмотренных в диссертации веществ, данный вид кинетики был обнаружен только в одном веществе).

В шестой главе излагается проверка двух существующих моделей макро- и микроскопических механизмов релаксации. Эти модели на макро- и микроуровне объясняют частотную зависимость проводимости по переменному току для большого количества твердых веществ – так называемую *универсальность по переменному току*. Эта универсальность состоит

в том, что если построить график, по оси абсцисс которого отложить нормированную частоту $\omega\Delta\epsilon_0/\sigma(0)$, а по оси ординат отложить нормированную проводимость $\sigma(\omega)/\sigma(0)$, то экспериментальные точки для большого количества твердых веществ лягут на одну кривую. Было показано, что из двух рассмотренных моделей можно получить кривые комплексной проницаемости, которые описываются выражением, соответствующим кинетике с дробными производными, но обратная проверка показала, что не все данные по проводимости, полученные из данных по проницаемости с этой кинетикой (реальные диэлектрические данные частотной зависимости комплексной проницаемости, для которых была доказана кинетика с дробными производными), могут быть описаны этими двумя моделями.

В седьмой главе даны основные результаты и их обсуждение.

В разделе выводы даны основные выводы из полученных в диссертации результатов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Положения, выносимые на защиту:

1. Обоснован феноменологический подход к обработке диэлектрических данных, позволяющий описывать как частотные, так и температурные диэлектрические данные для широкого класса гетерогенных веществ, взамен старого эмпирического.
2. Все сложные асимметричные спектры описываются едиными выражениями на комплексную восприимчивость в частотной области (содержащих два или более времен релаксации), для которых во временной области можно записать соответствующие новые кинетические уравнения в дробных производных на основе представления о фрактальной структуре вещества.
3. Наличие температурной зависимости пика потерь, описываемой выражением Фогеля-Фалчера-Таммана (ФФТ), основано на наличии двух или более времен релаксации (наличие новой кинетики с двумя и более временами релаксации) и никоим образом не связано с явлением стеклования.
4. Предложен новый метод представления диэлектрических данных (представление отношения), позволяющий в некоторых случаях более четко распознать структуру

спектра и определить характер движения составляющих его процессов при изменении температуры.

5. Предложен новый подход к определению приближенных значений параметров ϵ_s и ϵ_∞ , не использующий заранее предположенной функции для частотной зависимости комплексной проницаемости.
6. Обобщен Modulus формат и предложен способ смещения спектра при обработке в область низких или область высоких частот без изменения его топологии.
7. Показано, что существующие модели макро- и микроскопических механизмов релаксации не совсем удовлетворительно описывают рассмотренные в данной диссертации диэлектрические данные веществ, в которых была распознана новая кинетика.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ

- [1]. Nigmatullin R.R. New Presentation of the Dielectric Data / R.R. Nigmatullin, S.I. Osokin // *Dielectric Newsletter*, -April 2003, -N 18, -pp. 4-6.
- [2]. Nigmatullin R.R. New approach in the description of dielectric relaxation phenomenon: correct deduction and interpretation of the Vogel-Fulcher-Tamman equation / R.R. Nigmatullin, S.I. Osokin, G. Smith // *J. Phys.: Condens. Matter*, -2003, -v. 15, -pp. 3481-3503.
- [3]. Nigmatullin R.R. The justified data-curve fitting approach: recognition of the new type of kinetic equations in fractional derivatives from analysis of raw dielectric data / R.R. Nigmatullin, S.I. Osokin, G. Smith // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, -2003, -v. 36, -N18, -pp. 2281-2294.
- [4]. Nigmatullin R.R. Signal processing and recognition of true kinetic equations containing non-integer derivatives from raw dielectric data / R.R. Nigmatullin, S.I. Osokin // *J. Signal Processing (Special Issue on Fractional Signal Processing and Applications)*, -2003, -v. 83, -N11, -pp. 2433-2453.
- [5]. Нигматуллин Р.Р. Вывод эмпирического закона Фогеля-Фалчера-Таммана / Р.Р. Нигматуллин, С.И. Осокин // Сборник статей по результатам X Всероссийской конференции «Структура и динамика молекулярных систем» Яльчик – 2003. (принята к печати)
- [6]. Nigmatullin R.R. The Detection and Correct Fitting of the Hidden Relaxation Processes / R.R. Nigmatullin, S.I. Osokin, G. Smith and R. Elmoznin // Paper in Proceedings of Inaugural Conference of the Dielectrics Group of The Institute of Physics. Electromagnetic Methods in Pharmacy and Medicine, 8-10 April 2002, Darwin College, University of Kent at Canterbury, UK. p. 1.
- [7]. Nigmatullin R.R. Deduction and correct interpretation of the Volger-Fulcher-Tamman equation / R.R. Nigmatullin, S.I. Osokin, G. Smith // Paper in Proceedings of the 2nd International Conference on Broadband Dielectric Spectroscopy and its Applications, September 2-6, 2002, Leipzig, Germany. T6, p. 16.
- [8]. Nigmatullin R.R. The basics of the justified data-curve fitting approach and new explanation of the VFT equation / R.R. Nigmatullin, S.I. Osokin, G. Smith // Paper in Proceedings of the Physics Congress 2003, 23-27 March 2003, Heriot-Watt University, Edinburg, UK, p. 57.

- [9]. Нигматуллин Р.Р. Вывод эмпирического закона Фогеля-Фалчера-Таммана / Р.Р. Нигматуллин, С.И. Осокин // Тезисы стендового доклада на X Всероссийской конференции, Структура и динамика молекулярных систем, Яльчик - 2003. с. 209.